

Цель работы – изучить устройство маятника Максвелла и определить с его помощью момент инерции твёрдых тел.

Краткое теоретическое содержание

Явление, изучаемое в работе: инертность тела при вращательном движении

Вращательное движение — это движение объекта вокруг оси или центра вращения. При вращательном движении материальная точка описывает окружность.

Поступательное движение — механическое движение системы точек (абсолютно твёрдого тела), при котором отрезок, связывающий любые две точки этого тела, форма и размеры которого во время движения не меняются, остаётся параллельным своему положению в любой предыдущий момент времени.

Момент инерции тела – мера инертности тела при вращательном движении, которая зависит от размеров и формы тел и от распределения массы тела относительно оси вращения.

Законы и соотношения, использованные при выводе расчетных формул

Момент инерции дискретного тела на основе свойства аддитивности момента инерции:

$$I \approx \sum_i r_i^2 \Delta m_i$$

Момент инерции сплошного твёрдого тела (непрерывное распределение масс):

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int_V \rho r^2 dV$$

В нижнем положении маятника при $E_n = 0$ полная механическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного E_κ^n и вращательного E_κ^{ep} движений:

$$E_\kappa = E_\kappa^n + E_\kappa^{ep} = \frac{m v^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2}$$

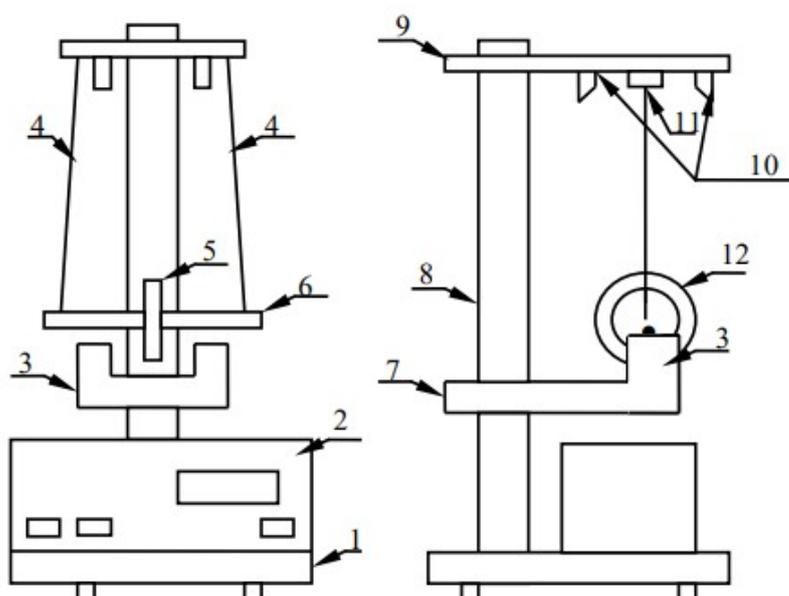
Связь угловой и линейной скоростей:

$$v = \omega R$$

Уравнение для расстояния в равномерном движении:

$$v = \frac{2h}{t}$$

Схема установки



Где 1 – основание; 2 – секундомер; 3 – фотоэлектрический диэлектрик; 4 – нити (бифилярный подвес); 5 – диск; 6 – ось; 7 – подвижный кронштейн; 8 – колонка; 9 – неподвижный кронштейн; 10 – электромагнит; 11 – фотоэлектрический датчик; 12 – сменное кольцо.

Основные расчетные формулы

$$I_m = I_o + I_d + I_k; I_o = \frac{m_o R_o^2}{2}; I_d = \frac{m_d (R_d^2 + R_o^2)}{2}; I_k = m_k (R_k^2 + R_d^2);$$

$$I_s = m R_o^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right);$$

Где I_m, I_s – теоретическое и экспериментальное значения момента инерции маятника соответственно [кг*м²]; I_o, I_d, I_k – моменты инерции оси маятника, диска и кольца, одетого на диск, соответственно [кг*м²]; R_o, R_d, R_k – радиусы оси маятника, диска и кольца, одетого на диск, соответственно [м]; m_o, m_d, m_k – массы оси маятника, диска и кольца, одетого на диск, соответственно [кг]; g – ускорение свободного падения [м/с²]; t – время [с]; h – высота фиксации маятника [м];

Исходные данные

$$m_o = 0,124 \text{ кг}; m_d = 0,0322 \text{ кг}; m_{k1} = 0,263 \text{ кг}; m_{k2} = 0,392 \text{ кг}; m_{k3} = 0,522 \text{ кг};$$

$$d_o = 0,99 \text{ см}; d_d = 8,61 \text{ см}; d_{k1} = 10,46 \text{ см}; d_{k2} = 10,47 \text{ см}; d_{k3} = 10,48 \text{ см}; h = 0,378 \text{ м}$$

Относительная погрешность прямых измерений

$$\Delta h = 0,5 \text{ мм}; \Delta t = 0,001 \text{ с}; \Delta d = 0,05 \text{ мм} \Delta m = 0,001 \text{ кг}$$

Таблицы

Таблица измерений №1

Физическая величина	Кольцо №1			Кольцо №2			Кольцо №3		
	$m_{\partial 1}$	$R_{\partial 1}$	t_1	$m_{\partial 2}$	$R_{\partial 2}$	t_2	$m_{\partial 3}$	$R_{\partial 3}$	t_3
Един. измерения	кг	м	с	кг	м	с	кг	м	с
Номер опыта									
1	0,263	0,0523	1,924	0,392	0,05235	1,986	0,522	0,0524	2,044
2			1,923			1,989			2,019
3			2,010			1,999			2,015
4			1,928			2,001			2,012
5			1,962			1,957			2,045
6			1,967			1,999			2,037
7			1,963			1,997			2,004
8			1,932			2,003			2,062
9			1,893			1,992			2,023
10			1,925			1,999			2,033

Формулы для расчета погрешности измерений

$$\sigma_I = T_3 \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\bar{m}}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2 + \frac{4(g^2 \bar{t}^2 \sigma_t^2 + \sigma_h^2)^2}{(g \bar{t}^2 - 2h)^2} + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}$$

Где $\sigma_m = \Delta m$; $\sigma_{R_0} = \Delta R = \Delta d$; $\sigma_h = \Delta h$; $\sigma_t = \Delta \Sigma$ (для учета случайной погрешности)

$$\bar{t} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n t_i; \sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$$

Квадратичная погрешность будет высчитываться отдельно для каждого диска, т.е. T_3 – полученное экспериментальное значения для каждого диска, а \bar{t} и σ_t – среднее время и квадратичная погрешность времени для каждого диска соответственно.

Квадратичная погрешность

$$1 \dot{\sigma} \dot{\iota}_I = 4,92 * 10^{-4} \sqrt{\left(\frac{0,001}{0,4192}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{4,95}\right)^2 + 4,03 * 10^{-5} + \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{0,378}\right)^2} = 0,1 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{ м}^2$$

$$\frac{4(g^2 \bar{t}^2 \sigma_t^2 + \sigma_h^2)^2}{(g \bar{t}^2 - 2h)^2} = 4 \dot{\iota} \dot{\iota} \dot{\iota}$$

$$2 \dot{\sigma} \dot{\iota}_I = 6,78 * 10^{-4} \sqrt{\left(\frac{0,001}{0,5482}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{4,95}\right)^2 + 9,83 * 10^{-8} + \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{0,378}\right)^2} = 0,14 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{ м}^2$$

$$\frac{4(g^2 \bar{t}^2 \sigma_t^2 + \sigma_h^2)^2}{(g \bar{t}^2 - 2h)^2} = 4 \dot{\iota} \dot{\iota} \dot{\iota}$$

$$3 \dot{\sigma} \dot{\iota}_I = 8,71 * 10^{-4} \sqrt{\left(\frac{0,001}{0,6782}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{4,95}\right)^2 + 4,98 * 10^{-7} + \left(\frac{0,05 * 10^{-3}}{0,378}\right)^2} = 0,18 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{ м}^2$$

$$\frac{4(g^2 \bar{t}^2 \sigma_t^2 + \sigma_h^2)^2}{(g \bar{t}^2 - 2h)^2} = 4 \dot{\iota} \dot{\iota} \dot{\iota}$$

Относительная погрешность

$$1 \dot{\delta} = \frac{\sigma_I}{I_g} \cdot 100\% = \frac{0,1 * 10^{-4}}{4,92 * 10^{-4}} \cdot 100\% = 2,03\%$$

$$2 \dot{\delta} = \frac{\sigma_I}{I_g} \cdot 100\% = \frac{0,14 * 10^{-4}}{6,78 * 10^{-4}} \cdot 100\% = 2,06\%$$

$$3 \dot{\delta} = \frac{\sigma_I}{I_g} \cdot 100\% = \frac{0,18 * 10^{-4}}{8,71 * 10^{-4}} \cdot 100\% = 2,07\%$$

Примеры вычислений

(Для кольца №1)

$$m = m_o + m_d + m_k = 0,124 + 0,0322 + 0,263 = 0,4192 \text{ кг};$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n t_i = 1,943 \text{ с};$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = 0,018 \text{ с};$$

$$I_o = \frac{m_o R_o^2}{2} = \frac{0,0322 * (4,95 * 10^{-3})^2}{2} = 3,94 * 10^{-3} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

$$I_\delta = \frac{m_\delta (R_\delta^2 + R_o^2)}{2} = \frac{0,124 * (0,04305^2 + 4,95 * 10^{-32})}{2} = 1,16 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

$$I_{\kappa 1} = \frac{m_\kappa (R_\kappa^2 + R_\delta^2)}{2} = \frac{0,263 * (0,0523^2 + 0,04305^2)}{2} = 6,03 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

Моменты инерции системы тел:

Кольцо №1

$$I_m = I_o + I_\delta + I_\kappa = 3,94 * 10^{-7} + 1,16 * 10^{-4} + 6,03 * 10^{-4} = 7,19 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

$$I_\gamma = m R_o^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right) = 0,4192 * (4,95 * 10^{-3})^2 * \left(\frac{9,8 * 1,9427^2}{2 * 0,378} - 1 \right) = 4,92 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

Кольцо №2

$$I_m = I_o + I_\delta + I_\kappa = 3,94 * 10^{-7} + 1,16 * 10^{-4} + 9 * 10^{-4} = 1,02 * 10^{-3} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

$$I_\gamma = m R_o^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right) = 0,4192 * (4,95 * 10^{-3})^2 * \left(\frac{9,8 * 1,9922^2}{2 * 0,378} - 1 \right) = 6,78 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

Кольцо №3

$$I_m = I_o + I_\delta + I_\kappa = 3,94 * 10^{-7} + 1,16 * 10^{-4} + 1,2 * 10^{-3} = 1,32 * 10^{-3} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

$$I_\gamma = m R_o^2 \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right) = 0,4192 * (4,95 * 10^{-3})^2 * \left(\frac{9,8 * 2,094^2}{2 * 0,378} - 1 \right) = 8,71 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$$

С уммирование случайной и систематической погрешност ей:

$$1 \delta \Delta_\Sigma = \sqrt{\Delta t^2 + \sigma_t^2} = \sqrt{0,001^2 + 0,018^2} = 0,018 \text{ с};$$

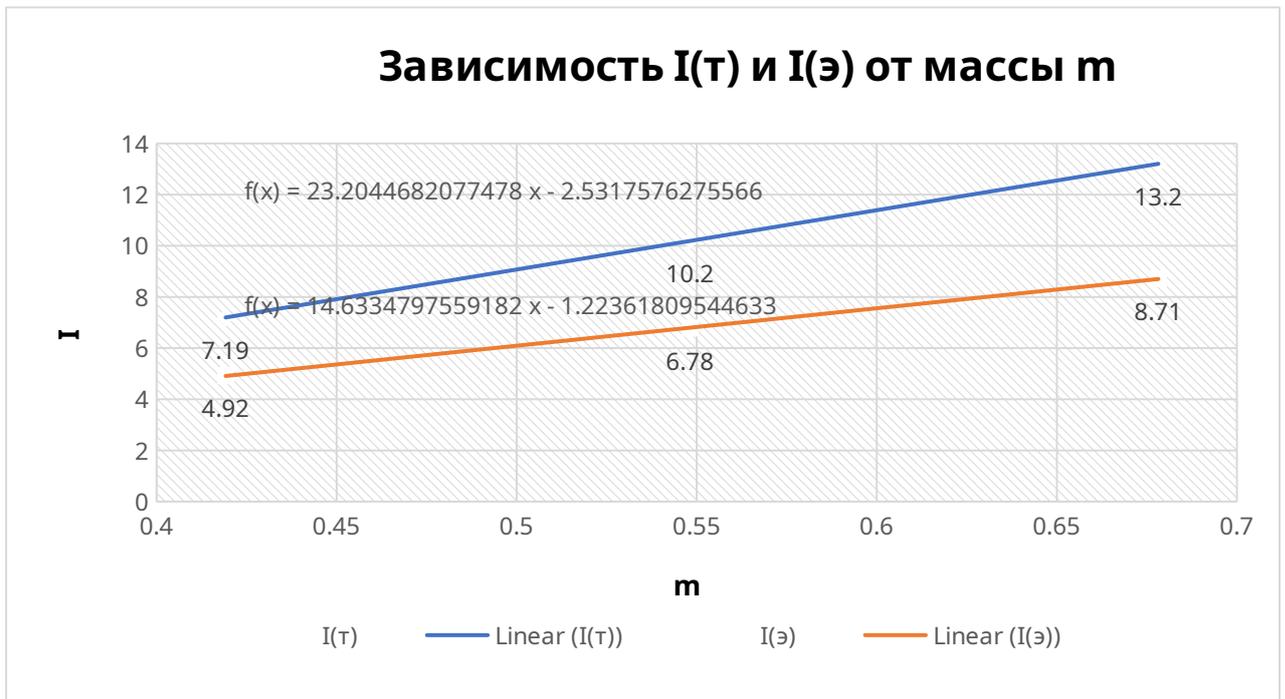
$$2 \delta \Delta_\Sigma = \sqrt{\Delta t^2 + \sigma_t^2} = \sqrt{0,001^2 + 0,004^2} = 0,004 \text{ с};$$

$$3 \delta \Delta_\Sigma = \sqrt{\Delta t^2 + \sigma_t^2} = \sqrt{0,001^2 + 0,006^2} = 0,006 \text{ с};$$

Графический материал

кг	$10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$	$10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2;$
m	I(т)	I(э)
0.4192	7.19	4.92

0.5482	10.2	6.78
0.6782	13.2	8.71



Окончательный результат

$$I_{э1} = (4,9 \pm 0,1) * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_{э2} = (6,78 \pm 0,14) * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$$

$$I_{э3} = (8,71 \pm 0,18) * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$$

Вывод

В ходе этой лабораторной работы я изучил устройство маятника Максвелла и определил с его помощью момент инерции твёрдых тел, полученные экспериментальные значения моментов инерции для системы тел в трёх различных опытах равны $(4,9 \pm 0,1) * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$; $6,78 \pm 0,14 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$ и $8,71 \pm 0,18 * 10^{-4} \text{ кг} * \text{м}^2$ соответственно.

$$1 \dot{\iota} \left| \frac{I_{\text{экс}} - I_{\text{теор}}}{I_{\text{теор}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{4,9 - 7,16}{7,16} \right| \times 100\% = 31,56\%$$

$$2 \dot{\iota} \left| \frac{I_{\text{экс}} - I_{\text{теор}}}{I_{\text{теор}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{6,78 - 10,2}{10,2} \right| \times 100\% = 33,53\%$$

$$3 \dot{\zeta} \left| \frac{I_{\text{экc}} - I_{\text{теор}}}{I_{\text{теор}}} \right| \times 100\% = \left| \frac{8,71 - 13,2}{13,2} \right| \times 100\% = 34,06\%$$

Показатели экспериментального значения момента инерции меньше теоретического приблизительно на 31-34%.